

EXERCICES CR11: SEMAINE 9

Question 1. *L'identité de Dixon s'écrit*

$$\sum_{k \in \mathbb{Z}} (-1)^k \binom{a+b}{a+k} \binom{a+c}{c+k} \binom{b+c}{b+k} = \frac{(a+b+c)!}{a!b!c!},$$

où le binomial $\binom{n}{m}$ est interprété comme nul pour $m < 0$ et $m > n$. Montrer comment cette identité se réécrit comme une évaluation de série hypergéométrique en 1.

Question 2. *Trouver puis résoudre une récurrence d'ordre 1 pour la somme*

$$\sum_{k=0}^n \binom{n}{2k} \binom{2k}{k} \frac{1}{4^k}.$$

Indication : au moins pour la résolution du système linéaire final, utiliser un système de calcul formel.