Table des matières

Avant-Propos v

Introduction 1

Première partie
Système de calcul formel : mode d'emploi

Chapitre I. Prise en main du système 7

1. Une session détaillée 7

2. Classes d'expressions et simplification 16
   2.1. Classes élémentaires 17
   2.2. Classes à forme normale 19
   2.3. Expressions complexes et simplification 23
   2.4. Hypothèses sur les variables 28
   2.5. Objets composés 30
   2.6. Opérateurs fonctionnels 30
   2.7. Exercices 32

Chapitre II. Utilisation avancée 33

1. Primitives du langage de programmation 33
   1.1. Éléments de syntaxe 33
   1.2. Itération 35
   1.3. Procédures 40
   1.4. Exercices 45

2. Manipulation d'expressions 45
2.1. Structure des expressions 46
2.2. Création d'expressions 48
2.3. Types de base et simplification automatique 50
2.4. Types plus complexes 53
2.5. Exercices 55

3. Approfondissement du système 55
3.1. Règles d'évaluation 55
3.2. Structure interne des objets Maple 68
3.3. Développement d'extensions du système 69
3.4. Exercices 74

Seconde partie
Domaines d'utilisation et applications

Chapitre III. Courbes et surfaces 79

1. Tracés en deux dimensions 79
1.1. Courbes $y = f(x)$ 79
1.2. Courbes paramétriques et polaires 83
1.3. Courbes implicites 83
1.4. Tracé de données 84
1.5. Exercices 85

2. Tracés en trois dimensions 86
2.1. Surfaces $z = f(x, y)$ 86
2.2. Courbes et surfaces paramétrées 86
2.3. Surfaces implicites 88
2.4. Tracé de données 89
2.5. Tracé d'intersection 89
2.6. Exercices 89

3. Autres types de tracés 90
3.1. Tracés simultanés 90
3.2. Lignes de niveau 91
3.3. Tracé point par point 91
3.4. Tracés en couleur 91
3.5. Animation 92

Chapitre IV. Arithmétique et combinatoire 95

1. Arithmétique 95
1.1. Calculs entiers et rationnels 95
1.2. Divisibilité et primalité 97
1.3. Fractions continues 102
1.4. Équations en nombres entiers 103
1.5. Exercices 107

2. Combinatoire 109
2.1. Approche empirique 109
2.2. Structures décomposables 110
2.3. Le problème des obèses 116
2.4. Exercices 118

Chapitre V. Calcul matriciel 121

1. Matrices et vecteurs 121
1.1. Les objets vecteur et matrice en Maple 121
1.2. Manipulation des matrices 123
1.3. Calculs matriciels de base 124
1.4. Exercices 125

2. Algèbre linéaire 125
2.1. Résolution de systèmes linéaires 125
2.2. Calculs sur des matrices 127
2.3. Optimisation linéaire 134
2.4. Automatique 135
2.5. Exercices 136

3. Espaces vectoriels euclidiens 137
3.1. Isométries 137
3.2. Réduction d'une forme quadratique 138
3.3. Optimisation quadratique 140
3.4. Exercices 142

Chapitre VI. Polynômes et fractions rationnelles 143

1. Opérations de base et polynômes en une variable 144
1.1. Opérations purement syntaxiques 144
1.2. Récriture et simplification 144
1.3. Calculs en une variable 147
1.4. Exercices 155

2. Polynômes et systèmes multivariés 155
2.1. Bases de Gröbner 156
2.2. Applications 161
2.3. Exercices 166

Chapitre VII. Suites réelles 171

1. Récurrences linéaires 171
1.1. Coefficients constants 171
1.2. Coefficients polynomiaux 175
1.3. Exercices 178

2. Récurrences d'ordre un 179
   2.1. Récurrences du type $u_{n+1} = f(u_n)$ 179
   2.2. Récurrences du type $u_{n+1} = f(n, u_n)$ 181
   2.3. Exercices 184

3. Sommes et produits 185
   3.1. Sommes géométriques 186
   3.2. Suites hypergéométriques et sommes indéfinies 186
   3.3. Autres sommes indéfinies 187
   3.4. Exercices 187

4. Calculs numériques 187
   4.1. Premiers termes d'une suite récurrente 188
   4.2. Évaluations numériques de limites 191
   4.3. Exercices 193

Chapitre VIII. Séries et développements asymptotiques 195

1. Séries numériques 195
   1.1. Calcul approché de constantes définies par des séries 195
   1.2. Évaluation exacte de séries 197
   1.3. Convergence et divergence des séries 200
   1.4. Exercices 202

2. Séries entières et développements limités 204
   2.1. Disque de convergence 204
   2.2. Fonctions définies explicitement 206
   2.3. Fonctions définies implicitement 206
   2.4. Sommes et produits 208
   2.5. Intégrales 209
   2.6. Séries génératrices 210
   2.7. Exercices 212

3. Développements asymptotiques 214
   3.1. Fonctions définies explicitement 214
   3.2. Fonctions définies implicitement 215
   3.3. Sommes 216
   3.4. Suites itératives 217
   3.5. Intégrales 218
   3.6. Solutions d'équations différentielles 221
   3.7. Séries génératrices 222
   3.8. Exercices 224

CHAPITRE IX. INTÉGRALES ET PRIMITIVES 227

1. Primitives 227
   1.1. Fractions rationnelles 228
   1.2. Fonctions élémentaires 231
   1.3. Autres fonctions 233
   1.4. Commandes de récriture 234

2. Intégrales définies 236
   2.1. Utilisation d'une primitive 237
   2.2. Classes d'intégrales définies 240
   2.3. Méthode des résidus 242
   2.4. Transformées intégrales 244
   2.5. Intégrales multiples 246
   2.6. Intégration numérique 248

3. Intégrales paramétrées 250
   3.1. Cas général 250
   3.2. Suites d'intégrales 251
   3.3. Exercices 253

CHAPITRE X. CALCUL DIFFÉRENTIEL 255

1. Équations différentielles ordinaires 255
   1.1. Solutions exactes 255
   1.2. Développements en série et asymptotiques 259
   1.3. Méthodes numériques 261
   1.4. Exercices 262

2. Étude différentielle de courbes 263
   2.1. Un calcul de développée 263
   2.2. Un calcul de géodésique 265
   2.3. Exercices 266

CHAPITRE XI. CALCULS EN PROBABILITÉ 267

1. Opérations élémentaires 267
   1.1. Probabilités combinatoires 267
   1.2. Sommes de variables aléatoires 268
   1.3. Produits de variables aléatoires 273
   1.4. Exercices 274

2. Marches aléatoires et problèmes de ruine 275
   2.1. Règles du jeu et problèmes 275
   2.2. Premier retour 276
   2.3. Gain 277
   2.4. Ruine 279
   2.5. Exercices 279

3. Simulation 280
3.1. Tirage uniforme 280
3.2. Tirage selon une distribution fixée 281
3.3. Exercices 283

CHAPITRE XII. CALCUL FORMEL ET CALCUL NUMÉRIQUE 285

1. Calcul numérique à l'intérieur du système 285
1.1. La précision arbitraire 285
1.2. Les flottants de la machine 290
1.3. Un exemple concret 291

2. Lien avec d'autres langages ou bibliothèques 294
2.1. Utilisation de sous-programmes en C ou Fortran 295
2.2. Code évaluant une expression 296
2.3. Production de programmes 300
2.4. Lien avec les bibliothèques numériques 303

Annexes

ANNEXE A. UNE SESSION MATHEMATICA 311

ANNEXE B. AUTOUR DU CALCUL FORMEL 315

Informations électroniques 315

Revues et conférences 315

ANNEXE C. INDEX DES SYSTÈMES ACTUELS 317

1. Systèmes généraux 317

2. Systèmes spécialisés 318

3. Systèmes de CAO en automatique 319

BIBLIOGRAPHIE 321

Ouvrages généraux 321

Ouvrages plus spécialisés 321