

# RÉSOLUTION SYMBOLIQUE EFFICACE DE SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES DIFFÉRENTIELLES ET DE RÉCURRENCES

**Thématique :** Calcul formel

**Institution :** Centre de recherche INRIA - Saclay-ÎDF

**Lieu :** Palaiseau (France)

**Équipe/projet :** SpecFun

**Directeurs de stage :**

Alin Bostan (alin.bostan(at)inria.fr) et

Frédéric Chyzak (frederic.chyzak(at)inria.fr)

**Directeur du laboratoire :** Nozha Boujemaa (nozha.boujemaa(at)inria.fr)

## Présentation générale du domaine :

Dans le contexte de problèmes faisant intervenir des solutions d'équations linéaires différentielles ou de récurrences, le calcul formel a souvent recours de façon cruciale à la résolution de systèmes d'équations auxiliaires en leurs vecteurs de solutions fractions rationnelles. C'est en effet le goulot d'étranglement d'algorithmes pour la résolution symbolique d'équations en termes de fonctions spéciales, la factorisation d'opérateurs, la sommation et l'intégration symboliques, etc. L'approche la plus simple pour ce problème est de découpler le système, c'est-à-dire d'obtenir une équation d'ordre (beaucoup) plus élevé pour chaque composante des vecteurs de solutions. On utilise ensuite des algorithmes bien balisés pour le calcul de solutions rationnelles dus à Abramov. La procédure de découplage prend elle-même déjà beaucoup de temps, et il serait donc avantageux d'exploiter des algorithmes de résolution directe, sans découplage. La base d'un tel algorithme existe (Barkatou, 1999), mais il reste à l'adapter aux applications et à quantifier le gain attendu sur les applications.

## Objectifs du stage :

La liste d'objectifs que voici suit plus ou moins un ordre de dépendance naturelle et un ordre de difficulté croissante. Le stage devrait permettre de réaliser les 2 premiers points et d'aborder au minimum 1 ou 2 des points suivants, selon les goûts du stagiaire et les difficultés rencontrées :

- On validera d'abord l'algorithme décrit dans (Barkatou, 1999) par une implantation en Maple, d'abord dans sa version simple, ensuite dans sa version à paramètres.
- On intégrera cette dernière au package Mgfund qui implante les algorithmes de (Chyzak, 2000) pour la sommation et l'intégration symboliques en Maple.
- Les systèmes obtenus dans les applications sont souvent creux (c'est-à-dire qu'ils ont beaucoup de leurs coefficients qui sont nuls). On étudiera l'impact de ce caractère creux sur l'algorithme et on cherchera s'il est possible de l'exploiter.
- On étudiera la complexité théorique de l'algorithme de Barkatou.
- On la comparera à l'approche par le vecteur cyclique, dont une partie de l'étude en complexité a été faite dans (Bostan, Chyzak, Panafieu, 2013).

## Bibliographie :

- Moulay A. Barkatou : On rational solutions of systems of linear differential equations. *Journal of Symbolic Computation* 28 (1999), 547–567.
- Alin Bostan, Frédéric Chyzak, Élie de Panafieu : Complexity estimates for two uncoupling algorithms. In : *ISSAC'13, 38th International Symposium on Symbolic and Algebraic Computation*, July 2013, Boston, United States, 85–92.
- Frédéric Chyzak : An extension of Zeilberger's fast algorithm to general holonomic functions. *Discrete Mathematics* 217 (2000), 115–134.

## Compétences demandées :

Le stagiaire devra avoir le goût de la programmation d'algorithmes sur des données mathématiques. Une connaissance minimale d'un système de calcul formel généraliste sera un plus.